

Examenul național de bacalaureat 2023 – simulare județeană

Proba E. c)

Matematică M_pedagogic

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul real x pentru care x , $[\sqrt{3} + \sqrt{2}]$ și $\sqrt{4^2 + 3^2}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice (unde $[x]$ este partea întreagă a numărului real x).
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 5$ și $g(x) = mx + 1$. Determinați valoarea reală a lui m pentru care punctul $P(2, m)$ este comun celor două grafice.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(4 - x) - \log_2(x - 2) = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{x \in \mathbb{Z}^* \mid 23 > |x|\}$, acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p 5. Se consideră vectorii $\vec{u} = (a + 1)\vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v} = -a\vec{i} + \vec{j}$, $a \in \mathbb{R}$. Arătați că vectorii **nu** sunt coliniari indiferent de valoarea numărului real a .
- 5p 6. În triunghiul dreptunghic ABC se cunosc laturile $BC=6$, $AB=3$ și unghiul A de 90° . Arătați că $2A=3B=6C$, unde A, B, C sunt măsurile unghiurilor triunghiului.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy + 3(x + y + 2)$.
- 5p 1. Arătați că $(-1 - \sqrt{3}) \circ (-1 + \sqrt{3}) = -2$.
- 5p 2. Arătați că simetricul elementului $x = -2$ în raport cu legea de compoziție este -2 .
- 5p 3. Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $\sqrt{x-3} \circ (\sqrt{x-3}) = -3$.
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $2^{x+1} \circ 2^x = 2^2 \circ (-1)$.
- 5p 5. Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m \circ n = 9$.
- 5p 6. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x \circ x + x \circ (-x) + (-x) \circ (-x) \leq 23$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = I_2 + aA$ pentru orice număr real a .
- 5p 1. Arătați că $A \cdot A = 2A$.
- 5p 2. Arătați că $M(0) \cdot A + M(-1) \cdot A = O_2$.
- 5p 3. Demonstrați că există $m \in \mathbb{R}$ pentru care $A \cdot A \cdot A - A \cdot A = mA$.
- 5p 4. Arătați că $M(a) \cdot M(b) = M(a + b + 2ab)$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.
- 5p 5. Determinați numărul natural n pentru care $A \cdot M(1) + A \cdot M(2) + \dots + A \cdot M(n) = 2024 \cdot A$.
- 5p 6. Determinați numărul real x pentru care $M(-1) \cdot M(x) \cdot M(1) = M(-2)$.

Examenul național de bacalaureat 2023 – simulare județeană
Proba E. c)
Matematică M_pedagogic
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE
Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	$\left[\sqrt{3} + \sqrt{2}\right] = 3$ și $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ $x + 5 = 2 \cdot 3 \Rightarrow x = 1$	3p 2p
2.	$f(2) = g(2) = m \Rightarrow 2m + 1 = m$ și Soluție $m = -1$	3p 2p
3.	Ecuția devine $4 - x = x - 2$ obținem $x = 3$ soluția ecuației.	3p 2p
4.	Numărul cazurilor favorabile este 14. Numărul cazurilor posibile este 44. $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{14}{44} = \frac{7}{22}$	2p 2p 1p
5.	Dacă $\vec{u}, \vec{v}$ coliniari atunci $\exists \alpha \in \mathbb{R}^* \text{ a.î. } \vec{u} = \alpha \vec{v} \Rightarrow \frac{a+1}{-a} = \frac{-1}{1} \Rightarrow$ Obținem $a + 1 = a$, contradicție	3p 2p
6.	$\sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ$ $B = 60^\circ$ și relația este adevărată.	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1.	$(-1 + \sqrt{3}) \circ (-1 - \sqrt{3}) = (-1 + \sqrt{3}) \cdot (-1 - \sqrt{3}) + 3 \cdot ((-1 + \sqrt{3}) + (-1 - \sqrt{3}) + 2) =$ $= (-1)^2 - (\sqrt{3})^2 + 3 \cdot 0 =$ finalizare	3p 2p
2.	Determinarea elementului neutru $e = -2$ finalizare	3p 2p
3.	$x \circ y = (x + 3)(y + 3) - 3 \Rightarrow \sqrt{x - 3} \circ (\sqrt{x} - 3) = (\sqrt{x - 3} + 3)(\sqrt{x} - 3) - 3$ Obținem $\sqrt{x}(\sqrt{x - 3} + 3) = 0 \Rightarrow$ ecuația nu are soluții	3p 2p
4.	$2^{x+1} \circ 2^x = (2^{x+1} + 3)(2^x + 3) - 3$ și $2^2 \circ (-1) = (4 + 3)(-1 + 3) - 3 = 11$ Obținem ecuația $2y^2 + 9y - 5 = 0$ unde $y = 2^x$ și soluția $x = -1$	2p 3p
5.	$m \circ n = (m + 3)(n + 3) - 3 \Rightarrow (m + 3)(n + 3) = 12$	3p

Probă scrisă la matematică M_mate-info

Barem de evaluare și notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

	Obținem soluțiile $(0,1)$ și $(1,0)$	2p
	6. Inecuația devine $(x^2 + 3x + 3x + 6) + (-x^2 + 3x - 3x + 6) + (x^2 - 3x - 3x + 6) \leq 23$	3p
	Soluție $x \in [-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. $A \cdot A = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36-24 & 48-32 \\ -18+12 & -24+16 \end{pmatrix}$	3p
Obținem $A \cdot A = 2A$	2p
2. $M(0) \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} = A$	3p
$M(-1) \cdot A = \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -8 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = -A$	2p
3. $A \cdot A = 2A$ și $A \cdot A \cdot A = 4A$	3p
Obținem $m = 2$	2p
4. $M(a) \cdot M(b) = \begin{pmatrix} 1+6a & 8a \\ -3a & 1-4a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+6b & 8b \\ -3b & 1-4b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+6(a+b+2ab) & 8(a+b+2ab) \\ -3(a+b+2ab) & 1-4(a+b+2ab) \end{pmatrix}$	3p
finalizare	2p
5. $A \cdot M(a) = (1+2a)A$	3p
$A \cdot M(1) + A \cdot M(2) + \dots + A \cdot M(n) = \left(n+2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} \right) \cdot A$, obținem $n = 34$	2p
6. $M(-1) \cdot M(x) \cdot M(1) = M(-2) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+6x & 8x \\ -3x & 1-4x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & -16 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$	3p
$\begin{pmatrix} -11-18x & -16-24x \\ 6+9x & 9+12x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & -16 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 0$	2p